Практика 9

$\boxed{\textbf{OV65.}}$ Коды БЧХ (Боуза–Чоудхури–Хоквингема) позволяют исправлять некоторое фиксированное число ошибок в двоичном кодовом слове. Чтобы описать кодовые слова БЧХ, мы рассмотрим поле $\mathbb{F}_n$ из $n = 2^m$ элементов и многочлены $P(z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \ldots + a_{n-d} z^{n-d}$ над этим полем. Кодовыми словами будут таблицы значений таких многочленов во всех элементах поля (таким образом, длина кодового слова равна n). Мы ограничимся рассмотрением только таких многочленов, которые в каждой точке поля принимают значение 0 или 1. Все такие последовательности битов длины n и образуют код БЧХ. Докажите, что расстояние данного кода не менее d.

$\boxed{\textbf{OV66.}}$ Пусть $C \subseteq \{0,1\}^n$ — линейный код с порождающей матрицей $G \in \{0,1\}^{k \times n}$, исправляющий d ошибок. Докажите, что любые $n - d + 1$ столбец матрицы G линейно независимы.

$\boxed{\textbf{OV67.}}$ Пусть $A_q(n, d)$ — размер максимального кода длины n и расстоянием d, а $A_q(n, d, w)$ — размер такого максимального кода длины n и расстоянием d, что все кодовые слова имеют вес Хемминга w. Докажите, что $A_2(n, d) \leqslant \frac{2^n}{\binom{n}{w}} A_2(n, d, w)$.

$\boxed{\textbf{OV68.}}$ Докажите, оценку для линейных кодов $|C| \leq \frac{d}{d - \frac{q-1}{q} n}$ если $\frac{d}{n} > \frac{q-1}{q}$, q — размер поля линейного кода, n — длина закодированного слова, d — расстояние.

$\boxed{\textbf{OV69.}}$ Пусть дан код Рида–Соломона, который исправляет e ошибок. Покажите, что есть алгоритм, который исправляет p пропусков и k ошибок, если $p/2 + k \leqslant e$. Пропуск — это отсутствие символа, а не искажение его.

$\boxed{\textbf{OV70.}}$ Алиса берет в кулак монету в рубль или два, если Боб отгадывает, то он получает монету, иначе он платит штраф в x рублей. При каком x никакой из игроков не сможет систематически выигрывать?