

Задание 1

OV1. Придумайте систему доказательств для языка алгоритмов, которые останавливаются хотя бы на одном входе.

OV2. Известно, что произведение матриц размера $n \times n$ можно посчитать за $\mathcal{O}(n^\omega)$, где $\omega = 2.37\dots$. Придумайте доказательство того, что произведение двух матриц размера $n \times n$, состоящих из нулей и единиц, не ноль, которое можно проверить за $\mathcal{O}(n^2)$.

OV3. Граф задан матрицей смежности. Как доказать, что он не двудольный? Доказательство должно проверяться за $\mathcal{O}(V)$, где V — число вершин в графе.

OV4. Докажите, что всякое бесконечное перечислимое множество содержит бесконечное разрешимое подмножество.

OV5. Приведите пример двух непересекающихся неперечислимых множеств.

OV6. Приведите пример неперечислимого множества, такого что его дополнение также является неперечислимым.

OV7. Пусть $X \subseteq \mathbb{N}$. Докажите, что X и \bar{X} перечислимы тогда и только тогда, когда X разрешимо.